

2022 年度  
創発的研究支援事業 年次報告書

研究担当者	谷本 祥
研究機関名	名古屋大学
所属部署名	大学院多元数理科学研究科
役職名	准教授
研究課題名	高次元代数幾何と数論幾何の相互作用による新展開
研究実施期間	2022 年 4 月 1 日～2023 年 3 月 31 日

### 研究成果の概要

Manin 予想とは Fano 多様体と呼ばれる代数多様体上の有理点の数え上げ関数の漸近公式を予想するもので 1980 年代後半に Yuri Manin とその共同研究者によって提唱された。この予想は元々有理数体などの代数体上で考えられたが、有限体上定義された曲線の関数体上でも考えることができる。この関数体版の Manin 予想が Victor Batyrev のヒューリスティクスを通して、Fano 多様体上の曲線のモジュライ空間の構造を予想する幾何的 Manin 予想に発展する。(Batyrev 1988, Lehmann-谷本 2019) この幾何的 Manin 予想は三つの予想から成り立つが、そのうちの一つ幾何的 Manin 予想(1)は Fano 多様体  $X$  上の非自由な曲線が  $X$  に写る集積写像に起因することを予想する。この幾何的 Manin 予想(1)を Brian Lehmann(Boston College)と Eric Riedl(University of Notre Dame)との共同研究の中で複素数体上完全解決することができた。証明は葉層構造を利用したものになっている。さらにこの応用として、極小モデル理論と特異 Fano 多様体の有界性を用いて、非自由な曲線が有界な集積写像の族から来ることを示し、さらにこの定理の応用として、有限体上の関数体の弱 Manin 予想を有限体の標数を無限に飛ばすことで証明することに成功した。これらの結果はプレプリントにまとめ、arXiv にアップロードし、学術雑誌に投稿した。2023 年 4 月現在査読中である。

RA の岡村郁弥(博士後期課程 1 年)は del Pezzo 多様体と呼ばれる特殊な Fano 多様体に対して幾何的 Manin 予想(2)を解決し、プレプリントにまとめ arXiv にアップロード、学術雑誌に投稿した。さらに RA の Runxuan Gao (博士後期課程 1 年)は Manin 予想の例外集合が稠密となる初めての曲面の例を構成した結果をプレプリントにまとめ、arXiv にアップロードし、学術雑誌に投稿した。

さらに 2022 年 11 月 7 日-11 日の日程で名古屋大学において第 22 回名古屋国際数学コンファレンス Rationality, Moduli Spaces, and Related Topics をハイブリッド開催した。国内外から研究者を招待し、代数多様体の有理性や曲線/曲面のモジュライ空間について講演してもらい、この話題について情報交換を行い、分野の交流を促した。