

数理・情報のフロンティア  
2021 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書
------------------

星野 健太

京都大学 大学院情報学研究科  
助教

確率測度の空間上の動的システムの可到達性の解析と深層学習への応用

## § 1. 研究成果の概要

本課題は、制御理論などの問題に現れる確率動的システムを対象として、システムの確率分布の時間発展を解析する手法を開発することを目的としたものである。そして、開発する解析手法を深層学習における生成モデルに応用し、生成モデルの解析手法を開発することも目的としている。本年度は以下のような課題に取り組んだ。

- (1) 確率分布の可到達性解析の定式化
- (2) 数値計算法の開発

(1) 確率分布の可到達性解析の定式化:本課題では、外部からの入力によって制御される確率動的システムを対象とし、確率分布の可到達性解析の問題に取り組んでいる。可到達性解析とは、システムが入力の影響を受けて時間変化するときに取りうる状態を解析する問題である。初年度である本年度は問題の定式化に取り組んだ。可到達性を解析する手法の中でも最適制御理論に基づいたアプローチに着目し、連続時間システムを対象に、ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式と呼ばれる一種の偏微分方程式を用いたアプローチによって確率分布の可到達性が特徴付けられることが示された。本研究で得られた結果は状態変数の確率分布の可到達性を解析するものであり、システムの状態変数の可到達性を解析する既存の手法を拡張したものとなっている。また、離散時間システムに対しても同様の結果を得た。

(2) 数値計算法の開発:上記の可到達性解析の定式化に加えて、解析を実現するための数値解法の開発にも取り組んだ。確率分布を多数のサンプルで近似する粒子近似と呼ばれる手法と最適制御理論の結果を組み合わせることによってハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式を近似的に解くことが可能であることがわかった。現在、その数値解法の実現に取り組んでいるところである。