

数理・情報のフロンティア
2021 年度採択研究代表者

2022 年度
年次報告書

佐竹 翔平

熊本大学 総合情報統括センター
准教授

Square-root bottleneck を超える RIP 行列と関連する組合せ論

研究成果の概要

本年度の研究成果として、新たに構成した可換群上の Cayley graph または Cayley sum graph の エクスパンダー性の評価を通して、漸近的に最適な coherence を実現する明示的な RIP 行列も新たに構成した論文が国際学術誌 *Designs, Codes and Cryptography* に採択された。この構成における鍵は、代表者と Y. Gu 氏によって ISIT2020 で指摘されていた、同じ群上で構成される特定の複素行列の coherence の最小化とエクスパンダー性に直結するグラフの第 2 固有値の最小化との同値性であった。グラフのエクスパンダー性は擬ランダム性の研究の中心的役割を果たしており、純粋数学、理論計算機科学の双方で重要である。上記成果は、RIP を通した擬ランダム性へのアプローチを目的の一つとする本研究課題に対して一つの進展を与えたものと言える。一方で、その RIP が square-root bottleneck を超えるか否かは現在も未解決だが、新たな課題として今後も研究を進めていく。なお、この課題に関連して、今回構成した行列は、projective norm graph と呼ばれる代数的に構成されるグラフを新たに一般化することで得られるが、projective norm graph が(色数の多い Ramsey 数に対する)Ramsey graph であることから、その一般化であるグラフも Ramsey graph であることが期待されるが、現時点では証明が知られていない。RIP 行列を通した Ramsey graph の構成・解析に関しては本研究計画のもう一つの目的でもあったため、今回構成した行列の RIP の評価を通して、今回一般化したグラフが Ramsey graph であるか否かも検証を進めていく。一方で、当初本年度に予定していた equiangular tight frame (ETF) の特定の族に対する研究は進行中であり、RIP の評価で登場する Gauss 和の値の複素平面における分布などの整数論の未解決問題に関わる技術的なバリアに対するアプローチについて引き続き考察を進めていく。RIP の数値実験等の結果も引き続き実施する予定である。

【代表的な原著論文情報】

- 1) Cayley sum graphs and their applications to codebooks (with Y. Gu), *Designs, Codes and Cryptography*, vol. 91, 1315–1333, 2023.