

数理・情報のフロンティア
2021 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書

佐竹 翔平

熊本大学 大学院先端科学研究部
特別研究員

Square-root bottleneck を超える RIP 行列と関連する組合せ論

§ 1. 研究成果の概要

本年度は sparsity level が square-root bottleneck を超える RIP 行列の構成に向けて、ETF をよばれる行列のクラスに着目した。行数 M の ETF は少なくとも sparsity level が $\Omega(\sqrt{M})$ であることが保証できることから、bottleneck を超え得る行列のクラスであると考えられる。特に ETF の典型的な例の一つとして知られる Paley 行列に関しては、整数論的な予想を仮定することで、sparsity level が square-root bottleneck を超えることが、報告者 (2021) らによって証明されていた。本年度は、まず Paley 行列に関して計算機実験を行い、sparsity level の見積もりを行った。RA である今村 浩二氏 (熊本大学) が主に計算機実験を担当し、報告者と議論を行った。結果としては、やはり Paley 行列の sparsity level は square-root bottleneck を超えることが観察された。今後は、より大きなサイズの Paley 行列のみならず、他の ETF にも着目し、sparsity level の観察を継続する予定である。

また、報告者 (2021) によって、平方剰余記号から得られる乱数抽出器が、Paley 行列の RIP が square-root bottleneck を超えるとき、min-entropy rate に関する“1/2 barrier”を超えることが示されていた。本年度はこの結果を拡張し、一般の高次剰余から定義される Zuckerman (1990) の乱数抽出器も、報告者-Gu (2021) の RIP 行列が square-root bottleneck を超えるとき、min-entropy rate に関する“1/2 barrier”をやはり超えることが示せた。なお、報告者-Gu の行列も Paley 行列の場合と同様の整数論的な予想の下で、square-root bottleneck を超えることが示されている。

最後に、次年度関連して Paley 行列の RIP からは、2-辺彩色に対する Ramsey グラフが得られることが Bandeira-Mixon-Moreira (2017) と報告者 (2021) によって示されていた。実際に、列ベクトルのラベルを頂点とし、相異なる 2 頂点 (すなわち列ベクトル) の内積値に現れる平方剰余記号の値が 1 である場合に辺をつなぐことでグラフを得る。この一般化として、ETF の列ベクトルのラベルを頂点とし、内積値を適切に 2 種類に分けてグラフを構成する着想を得ることができた。現在内積値が特定の条件をみたすとき Ramsey グラフが構成できることが分かった。