

数理・情報のフロンティア
2021 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書

古賀 一基

京都大学 大学院理学研究科
特定助教

計算調和解析学に基づく形状データ解析の深化

§ 1. 研究成果の概要

本研究では相異なる表現による二つの三次元形状データ間の類似性を精密に評価するための理論的・計算論的枠組みを調和解析学とその計算論の立場から新たに構築することを目的とする。形状データ同士の類似性を測る概念として幾何学に由来する Hausdorff 距離や Wasserstein 距離が知られているが、それらの計算は点群などの単純な場合を除き極めて複雑な最適化問題に帰着するため実用的な計算は一般に困難である。したがって、本研究が提案する枠組みが上述の既存概念に優越するためには曲線や曲面といったオブジェクトに対しても一定の精度・効率性を兼ね備えた比較アルゴリズムを導くものであることが要求される。

本研究が目的とするアルゴリズムは与えられた形状データを Schwartz 超関数とみなしその Fourier 変換を通じて解析を行う。そこで2021年度では、形状データの基本要素上での Gauss 型数値積分公式について検討した結果、対象と同次元の数値積分公式を用いるのと比較して類似積分を通じた低次元公式の適用が有効でありうることが判明した。また前者を直接用いる場合であっても、公式の次数を高めるよりも形状データの要素内部をさらに細分化し計算精度を向上する方針が考えられる。またこのような Fourier 変換に基づく手法の理論的側面として、コンパクト台を持つ Schwartz 超関数に対する Fourier 変換の一般論について調べ、それらの Sobolev ノルムに関する収束は波数空間における各点的な収束といわゆる優収束定理から従うことを確認した。

また本研究の根幹となる着想を得た平面曲線の場合について大幅な精緻化を行い、与えられた形状データのある極限において復元する Fourier 解析的な量の比較が形状データの定量的比較に有効であることを示し、その結果を単著論文として SIAM J. Sci. Comput. に投稿し受理された。

【代表的な原著論文情報】

- 1) “Numerical reparametrization of periodic planar curves via curvature interpolation”, SIAM J. Sci. Comput., accepted, 2022