数理･情報のフロンティア　　　　　2022 年度
2021 年度採択研究代表者　　　　　年次報告書

栗田 和宏

名古屋大学 大学院情報学研究科
助教

順序制約付き極大部分集合列挙の基盤技術開発

研究成果の概要

第二年次は第一年次とは異なる二部マッチングの一般化について研究を行った．第一年次では二部マッチングの一般化である一般グラフに対する極大マッチングのトップ-k 列挙について研究を行い，この問題を多項式遅延で列挙するアルゴリズムを開発した．第二年次はこの問題の更なる一般化である一般グラフの b-マッチングと二部グラフマッチングの異なる一般化であるマトロイド交叉について研究を行った．

b-マッチングは，各頂点に接続する辺の最大の本数が指定された部分グラフを見つける問題と等価な問題である．この問題は辺の本数を最大化する問題は最大マッチングを解くアルゴリズムを用いて解けることが明らかになっている．しかしこのアルゴリズムの技法を単純に用いるだけでは解の重複の問題があり，うまく動作しない．そこで本研究では二つの極大 b-マッチングの対象差を考える．この対称差を考えると，「二つの辺の交換」を行うことで，対象差の大きさを小さくする b-マッチングを得ることができる．これは極大マッチングのトップ-k 列挙でも用いた増加パスの議論を一般化させた議論である．この「二つの辺の交換」により，自身より大きさの大きな極大 b-マッチングのみを生成しながら所望の b-マッチングを生成することができるのではないかと予想している．

次に，第二年次はマトロイド交叉についても研究を行った．この問題はより正確には二つのマトロイドが与えられた時，それらの共通な極大独立集合で要素数の大きな順に極大独立集合を列挙する問題である．この問題は分割マトロイドという特殊なマトロイドの場合，二部 b-マッチングと等価な問題であることがわかる．この問題も，最適化の観点から見ると，マッチングと同様に，増加パスの技法を用いて多項式時間で最適解を発見することができる．この問題についても，二つの極大独立集合の対象差の大きさに着目することで異なる二つの解が遷移可能であることを明らかにした．このマトロイド交叉　に関する結果は現在論文としてまとめている最中である．

上記のように，これまでの本研究の結果は増加パス的な構造を持つ離散構造に対して極大部分集合のトップ-k 列挙アルゴリズムを与えている．増加パスは組合せ最適化分野における中心的な離散構造であり，この増加パスに基づいた非自明なアルゴリズムがいくつも与えられている．第二年次の更なる研究として，一般グラフのマッチングとマトロイド交叉，より正確には線形マトロイド交叉の一般化である線形マトロイドパリティ問題に対する極大独立集合のトップ-k 列挙について研究を行っている．さらに，マトロイドを線形マトロイドに限定しないマトロイドパリティ問題についても増加パス自体の存在は明らかになっているので，これらの研究を進めることにより，最初の一つの発見は困難だが，それ以降の列挙は容易になるような具体的な問題の発見が期待できる．このような問題は人工的に作ることはできたが自然な問題は知られていなかったため，このような問題の発見は列挙アルゴリズムの理論を構築する上で重要であると考える．

【代表的な原著論文情報】

1) Tesshu Hanaka, Masashi Kiyomi, Yasuaki Kobayashi, Yusuke Kobayashi, Kazuhiro Kurita, Yota Otachi, "A Framework to Design Approximation Algorithms for Finding Diverse Solutions in Combinatorial Problems," Proceedings of The 37th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-23),　to appear.

2) Yasuaki Kobayashi, Kazuhiro Kurita, Kunihiro Wasa, "Polynomial-Delay Enumeration of Large Maximal Matchings," Proceedings of The 48th edition of the International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science (WG2022), Lecture Notes in Computer Science, vol 13453. Springer, Cham.