

数理・情報のフロンティア
2020年度採択研究代表者

2022年度
年次報告書

加藤 本子

琉球大学 教育学部
准教授

幾何学的手法による群の分類と暗号理論への応用

研究成果の概要

Artin 群は幾何学的群論において重要な具体例であるが、一般の Artin 群の満たす非自明な性質は知られていない。一般の Artin 群の性質に関する未解決予想として最も大きなものの一つは、Charney による、「任意の Artin 群は CAT(0)群である」という予想である。CAT(0)性は、群の非正曲率性、すなわち群の非正曲率距離空間への作用に関連する性質の一種である。本研究では、この未解決予想に寄与する可能性のある性質として、別の種類の非正曲率性である非シリンダー的雙曲性に注目している。特に、全ての既約無限型 Artin 群が非シリンダー的雙曲であると予想して研究を行っている。この予想は、ユークリッド型 Artin 群 (Calvez, 2022) や、Artin 群の定義グラフがグラフの結でない場合 (Charney and Morris-Wright, 2019) などに正しいことが知られていた。

今年度の研究では、愛媛大学の尾國新一氏との共同研究により、次の結果を得た。「 A を定義グラフが 3 以上の頂点を含む Artin 群とする。この Artin 群の定義グラフがグラフの錐でないとき、次が同値である: (1) A は既約, (2) A はクリーク立方複体への等長作用に関して WPD 縮約元を持つ, (3) A は非シリンダー的雙曲, (4) A は非自明な部分群の直積に分解しない。」特に、非シリンダー的雙曲性に関する予想が、Artin 群の定義グラフがグラフの錐でない場合に正しいことがわかった。この結果は、Artin 群の定義グラフがグラフの結でない場合についての先行結果の、大幅な一般化となっている。証明の手法は Charney and Morris-Wright による証明の一般化である。具体的には、彼らの構成したクリーク立方複体と呼ばれる CAT(0)立方複体への Artin 群の群作用について観察し、その作用に関する WPD 縮約元を Artin 群の元として具体的に構成した。

結果の系として、Artin 群の中心化群に関する結果が得られた。具体的には、「既約 Artin 群の定義グラフがグラフの錐でないとき、中心化群は自明である」という先行結果 (Charney and Morris-Wright, 2019) に対する別証明を得た。この結果は、「無限型 Artin 群の中心化群は自明である」という未解決予想に関連する。