

数理・情報のフロンティア  
2020 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書
------------------

石川 勲

愛媛大学 データサイエンスセンター  
特定助教

データ解析を見据えた Koopman 作用素の包括的な理論研究

## § 1. 研究成果の概要

本年度は Koopman 作用素の数学的性質と力学系の関係性についてさまざまな進展があった。まず、関数空間が滑らかな多様体上の関数からなる quasi-Banach 空間であり、かつ、位相が weak-Whitney 位相より強い場合に、重み付き Koopman 作用素が有界性と力学系の挙動の関係性を証明した。すなわち、重み付き Koopman 作用素が有界であるならば、その Koopman 作用素を定める力学系の固定点での固有値の絶対値が、ある技術的な仮定の元で、必ず 1 以下になることを示した。これは昨年度得られていた結果の一般化である。この系として、考える多様体が複素数平面であり、関数空間が整関数からなる無限次元空間ならば、重みが零点を持たない場合に力学系がアフィン写像でない限り、重み付き Koopman 作用素は有界になり得ないことを示した。この事実は特別な関数空間に限るといくつか既存研究があったが、本研究の成果として力学系の挙動と Koopman 作用素の有界性の関係が明白になり、その結果複素力学系の理論を応用することが可能となったため、既存研究を全て網羅し、ほぼ完全な形で解けたことになる。別の関数空間として実直線上の Besov 空間も考察した。ここでは、regularity がある程度高い状況で、Koopman 作用素の有界性の特徴づけを得た。これについては regularity が低い状況下では複数の既存研究があるため、一部の critical なケースを除いて実直線上の Besov 空間における Koopman 作用素の有界性の特徴づけの問題が解けたことになる。