数理・情報のフロンティア
2020 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書

久野 恵理香

大阪大学 大学院理学研究科
助教

写像類群の擬等長分類と機械学習への展開

§１．研究成果の概要

S=S_{g,p}^{b}, N=N_{g,p}^{b} をそれぞれ種数が g で，p 個のマーク点と b 個の境界成分を持つ向き付け可能曲面，向き付け不可能曲面とする．Mod(S) で S の写像類群 (N も同様) を表すとする．研究期間内の達成目標として以下を掲げた．
研究 1: Mod(N) の直角アルティン部分群が擬等長的埋め込みであるか否か明らかにする．
研究 2: Mod(N) を写像類群 Mod(S) の部分群と見なし，擬等長的埋め込みであるか否か明らかにする．

2021 年度中に研究 1 を進展させた．特に，曲線グラフを用いて Mod(N)の直角アルティン部分群を特徴づけた．具体的には次を証明した．双側曲線グラフ C_{two}(N)とは，通常の曲線グラフのフル部分グラフで双側曲線のみから構成されるものである．もし有限グラフ Γ が C_{two}(N)のフル部分グラフであれば，その直角アルティン群 A(Γ)は Mod(N)の部分群となる．本研究 [Katayama–Kuno21] は片山拓弥氏（学習院大学）との共同研究である．

また，曲線グラフに関連する研究として，次を発展的に行った．向き付け可能曲面 S に対して，Bowden–Hensel–Webb が，非分離曲線グラフ（非分離な曲線のみからなる曲線グラフのフル部分グラフ）NC(S)の一様 Gromov 双曲性を用いて，ファイン曲線グラフ（アイソトピー類を取らない曲線そのものを頂点に対応させた曲線グラフ）$C^{\dagger}$(S)が一様双曲的であることを示し，さらに種数 1 以上の向き付け可能閉曲面の微分同相群上に豊富に擬準同型が存在することを証明した．そこで向き付け不可能曲面 N に対して一般化することに挑戦し，その非分離曲線グラフ NC(N)とファイン曲線グラフ $C^{\dagger}$(N)は一様 Gromov 双曲性であるという結果を得た ([Kuno21], [Kimura–Kuno21])．ファイン曲線グラフ C†(N)の一様 Gromov 双曲性の研究は木村 満晃氏（京都大学）との共同研究である．

【代表的な原著論文情報】

[Katayama--Kuno21] T. Katayama and E. Kuno, Right-angled Artin groups and curve graphs of nonorientable surfaces, arXiv:2105.07559 [math.GT].

[Kimura–Kuno21] M. Kimura and E. Kuno, Quasimorphisms on nonorientable surface diffeomorphism groups, arXiv:2111.05540 [math.GT].

[Kuno21] E. Kuno, Uniform hyperbolicity of nonseparating curve graphs of nonorientable surfaces, arXiv:2108.08452 [math.GT].