

数理・情報のフロンティア
2019 年度採択研究者

2021 年度 年次報告書

宇田 智紀

東北大学 材料科学高等研究所
助教

レーブグラフの順序定式化の数理とデータ解析

§ 1. 研究成果の概要

本研究は、画像データの位相的特徴抽出に応用できる新たなトポロジカルデータ解析手法である**レーブ順序法**の数理的な基礎の確立を目指すものである。所与のデータを軸に沿って連続的に輪切りにしていく時の様子をグラフ構造で表したものが**レーブグラフ**であり、これを離散データのみから復元するのがレーブ順序法である。二種類のパーシステントホモロジーを組み合わせる順序を構築する点が特徴で、構成方法から従来のトポロジカルデータ解析と同様の安定性定理の成立が期待された。

当該年度は、昨年度の考察を基にしてレーブ順序法の安定性を証明しその論文執筆を進めたほか、画像データや海洋観測データに対する応用研究なども行った。

レーブ順序の安定性とは、空間 X 上のスカラー関数 f に対するレーブ順序 $R(X, f)$ について

$$d_1(R(X, f), R(X, g)) \leq \|f - g\|_\infty$$

が成り立つことである。ここで d_1 は Silva らによる interleaving 距離を半順序空間の枠組みで同様に定式化したものである。interleaving 距離を上から評価するための二つのレーブ順序の間の準同型射の構成方法は先行研究と同様であるものの、半順序空間の枠組みではその well-defined 性が非自明である。証明では、順序が木構造を持つことの特徴付けの一般化とその性質が鍵となった。

画像処理への応用では、ノイズを加えた画像データに対してレーブ順序法を用いたセグメンテーション実験を行い、ノイズ耐性と輪郭抽出への応用可能性などについて検討した。この研究は中野直人氏、池祐一氏との共同研究に基づく。

海洋観測データへの応用では、レーブ順序法を用いた流線トポロジー解析を用いて黒潮(大)蛇行を同定する新たな手法を提案した。この手法で得られる蛇行の東海沖南端座標は既存手法のものとは非常に高い相関を示している。この研究は坂上貴之氏、大石俊氏との共同研究に基づく。