

## 研究終了報告書

### 「周波数領域の事前知識を用いた動的システム推定」

研究期間：2019年10月～2022年3月

研究者：藤本 悠介

加速フェーズ期間：2022年4月～2023年3月

#### 1. 研究のねらい

本研究は、動的システム(微分方程式・差分方程式に従うシステム)を、その入出力データから推定することを目的としている。特に、1) 高い自由度を持ち、複雑なシステムを表現できる 2) 解釈可能性が高く、解析や制御系の設計が容易である 3) 質の低いデータ(少数、高ノイズ、励起周波数の不足など)からでも精度の高い推定が可能である、という三つの要件を満たす手法を確立することを目指した。

1), 2)の要件を満たすため、本研究では線形動的システムのモデルであるインパルス応答、あるいはそれと等価なモデルである周波数応答に着目する。インパルス応答とは時刻ゼロにのみ値を持つような入力に対するシステムの応答であり、周波数応答はそれをフーリエ変換して得られる。周波数応答には、正弦波が入力されたときに出力の正弦波がどのように変化するか情報が埋め込まれている。これらは自由度の高いノンパラメトリックモデルであり、任意の線形システムを近似できるほか、一定の非線形性にも対応でき、要件 1)を満たす。更に線形システム論や信号処理などで詳細な議論が行われているため、得られたモデルの解釈も容易であり、制御系設計などへの応用を直ちに行うことができる。

以上より本研究で主として議論されるのは、要件 3)を満たすにはどのようにすべきかという点である。具体的な手法として、本研究では正則化最小二乗法により精度の高い推定を達成することを目指す。大雑把に言ってここでの正則化とは、パラメータ推定の際に、ゼロに近いことがわかっているパラメータをなるべくゼロに近づけるような仕組みのことをいう。特に本研究では、対象システムの周波数領域での挙動がある程度既知であると仮定して、その知見に基づいて正則化項を設計することを試みる。具体的には、高周波減衰特性、低周波減衰特性などが既知であることを仮定する。機械などのシステムでは実際にこれらの特性が既知であることも多く、この仮定は実用的にも許容できるものである。これらの仮定の下では周波数応答が特定の帯域でゼロに減衰する速度が既知となるため、その情報を正則化として埋め込む方法を設計し、実用化に近づけることが本研究のねらいである。

加速フェーズでは、周波数領域での議論をさらに拡張し、不安定システムの推定に特化した方法を開発することを目的とした。加速フェーズまでの段階では、インパルス応答のフーリエ変換の持つ性質に着目した議論を行っていた。しかし、不安定なシステムではインパルス応答が時間とともに指数発散するため、フーリエ変換が計算できない。そこで不安定システムのインパルス応答の $z$ 変換(=伝達関数)を考え、その単位円上でのLaurent級数展開の係数が持つ性質を事前知識として組み込む方法について検討した。時系列の $z$ 変換はフーリエ変換の自然な拡張であることから、加速フェーズでの研究はそれまでの自然な拡張と言える。

具体的には、上述のLaurent級数展開の係数はインデックスが正負どちらに進んでも指数的に減衰するため、その知識を利用して周波数応答、すなわち伝達関数の単位円上での値を

同定する方法について検討し、具体的な推定手順と正則化項を与えることを目標とした。そして、その内容についての検討と数値検証・発表を加速フェーズ期間中に実施した。

## 2. 研究成果

### (1) 概要

本研究では、大きく分けて三つのテーマを扱った。研究提案時の表現を用いて記載すると、(A)ローパス特性を持つシステムに対する正則化、(B)ハイパス・バンドパス特性を持つシステムに対する正則化、(C) 超大規模パラメータ系での高速計算、の三つである。

研究テーマ(A)については目的を達成する成果が得られており、結果は IEEE Control Systems Letters に掲載された。また、提案法の有効性は数値例により検証された。

研究テーマ(B)については、目標は部分的に達成された。具体的にはハイパス(後述するように、厳密には低周波減衰)特性が既知であるシステムに対する正則化項の設計と数値検証は達成され、成果は IEEE Conference on Decision and Control で報告される予定である(2021年12月, accepted)。ただし、現時点でバンドパス特性に関する結果は論文の形でまとめられていない。低周波減衰特性に対する正則化の有効性は数値例で検証された他、不安定システムへの適用可能性も同じ数値例で示唆された。動的システムのために設計される正則化項の既存研究は、原則として安定なシステムを対象としていた。このため不安定システムにも適用できる可能性が示唆されたことは、提案法の有用性を示している。

研究テーマ(C)については、素朴な実装ではパラメータ数  $N$  に対し  $O(N^3)$  の計算量が必要だったところを  $O(N)$  まで削減する方法を確立した。これらについては上述の成果に記載されている。更に、一定の条件の下でこの高速な最適化を既存の正則化(時間領域の事前知識に基づく正則化)に拡張する方法も確立した。この結果をまとめたものは、IFAC Symposium on System Identification で報告されている。

研究テーマ(C)に付随して、実験での提案法の有効性を検証する予定であった。特に音響現象を対象とし、北九州市立大学のあるひびきの学研都市内の会議場で室内インパルス応答を推定する予定であった。ただし、これについては新型コロナウイルス感染症の第5波の影響を受け、若干遅れ気味である。とはいえ、機器の準備などは完了したため、2021年11月中旬より実測を開始予定である。

まとめると、(A)については完遂しており、(B)、(C)は若干の遅れがあるものの越えるべき課題はクリアしているので、後は検証と成果公表のみと言える。

なお、(A)に関連して慶応大学の足立修一教授の研究室と頭部インパルス応答推定に(A)の研究結果を適用する方法について共同研究を行っており、経過的な成果を国内学会で発表している。

加速フェーズでは、不安定システムの単位円上 Laurent 級数展開係数を推定するための閉ループ実験の設計および正則化最小二乗推定法の提案を行い、IEEE Conference on Decision and Control で発表した(2022年12月)。上記の成果では確かに正則化により指数減衰する推定値が得られていること、それに伴って周波数応答の同定精度が向上することが数値例により検証されている。

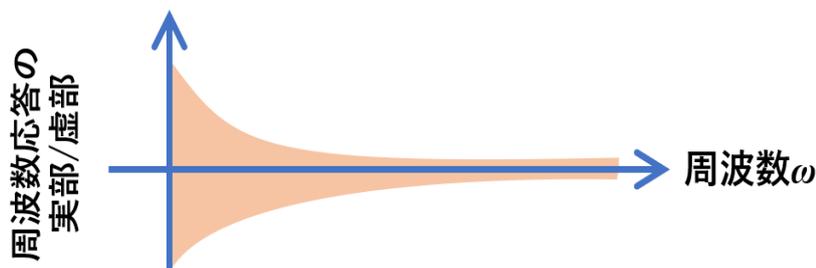
## (2) 詳細

### 研究テーマ A 「ローパス特性を持つシステムに対する正則化」

第一の研究テーマとして、システムのローパス特性、より厳密には高周波減衰特性が既知として推定を行う場合の正則化項の設計を行った。なお、ローパスと高周波減衰は厳密には微妙に異なる。本研究では低周波域でのゲイン(正弦波振幅の入出力比)が1となることを要請せず、周波数が高くなるにつれてゲインが小さくなることのみを要請する。このような場合はローパスと呼ぶよりも高周波減衰と呼ぶ方がより適切であるため、以降では高周波減衰と記載する(研究計画段階ではローパスと記載していたため、テーマ名はローパスのままとしておく)。

まず、本研究で対象とする高周波減衰特性について述べる。特に機械系などで、連続時間系(微分方程式)における相対次数(入力の最高次微分階数と出力の最高次微分階数の差)はある程度既知であることが多い。例えば、モータにおいて入力がトルク(あるいは電流)、出力が角度であるならば相対次数は原則2となる。このときゲインは、十分高周波域において周波数が10倍になるとおよそ100分の1となる。デシベル(dB)表記を用いてこれを-40 [dB/dec]と記載することもあるが、このような高周波域でのゲインの減衰速度は対象によっては事前に既知となることもある。そこで、この情報を正則化として推定に活用することを試みた。

基本的な枠組みは以下の通りである。インパルス応答を離散フーリエ変換した周波数応答の実部・虚部を推定パラメータとする。これらは linear-in-parameter な形で出力に現れるため、二次形式での正則化項を持つ正則化最小二乗法は閉じた形で解くことができる。この二次形式正則化項を、スプラインカーネルと座標変換を組み合わせることで設計した。ベイズ的な解釈で説明をすると、下図のようになる。横軸が周波数を示し、縦軸が周波数応答の実部あるいは虚部を示す。網掛け部分はベイズ推定における事前分布の $3\sigma$ 領域を模式的に表したものである。高周波域になるにつれて実部/虚部は小さくなるのが事前分布に埋め込まれている。その収束の速度を既知と仮定しているために、このような事前分布が設計できる。特にノイズの影響を大きく受けるのは高周波域であるため、上記のような事前分布により推定精度を最小二乗法に比べ大きく改善させることが可能となる。この結果を主としてまとめたものは IEEE Control Systems Letters にて発表されている(後述の 5 (1) No. 1 に対応)。また、そこでの数値検証での結果から、確かに正則化が最小二乗法などに比べて精度を大きく改善させることが確認されている。



### 研究テーマ B 「ハイパス・バンドパス特性を持つシステムに対する正則化」

第二の研究テーマは、低周波減衰特性を持つシステムに対する正則化の設計と、研究テーマ A と同時に使用した高周波・低周波減衰特性を持つシステムに対する効果の検証である。機械系では低周波減衰特性は少ないが、例えば音響現象や化学反応ではしばしばそのような特性を持つシステムが存在することが知られている。特に振動こそが本質である音響現象では、直流成分は空気の一方向への移動に過ぎないため音として認識されず、伝達特性は低周波減衰に近い挙動を示す。

そもそも低周波減衰が高周波減衰の違いは、ゲインがゼロになる周波数が極限として存在するか実在するかの点と言える。すなわち、高周波減衰特性の場合は周波数が無限に近づくにつれてゲインがゼロに収束するが、実際には(ナイキスト周波数により定まる)有限の周波数までしか考慮しないため、実際にゲインがゼロになる周波数は存在しない。一方、低周波減衰特性を持つようなシステムの場合、直流成分に対するゲインが厳密にゼロになる。ソフトな制約である正則化ではこうした「厳密にゼロになる」という条件を課すことは難しいため、推定パラメータのパラメトリゼーションを工夫し、「厳密にゼロになる」というハードな制約を課しつつも正則化最小二乗法の解が閉じた形で求まるようにした方法を提案した。結果は IEEE Conference on Decision and Control で発表された(5. (1) No. 2 に対応)。特にこの成果では、提案法が不安定システムの同定にも使用できることが数値例により示唆された。既存法(時間領域での事前知識を用いた正則化)は不安定なシステムへ適用することは困難であるため、これは提案法の優位性を明快に示す例であった。

### 研究テーマ C 「超大規模パラメータ系での高速計算」

本研究では二次の正則化項を有する正則化最小二乗法を検討しているため、評価関数の最適解は閉じた形で求めることができた。具体的には、ある種の連立一次方程式を解けば評価関数の最適解が求まる。しかし、音響現象のようなパラメータ数が数万から数十万に上るようなケースでは、連立一次方程式を解くことそのものが極めて困難になる。より具体的に記述すると、素朴な実装ではパラメータ数  $N$  に対し最適化に要する計算量は  $O(N^3)$  となる。そこで、効率的にこの連立一次方程式を解く方法についても検討した。

ここでカギとなるのは、連立一次方程式における係数行列の構造である。周波数領域での入出力関係は、(入力信号が周期的であるという離散フーリエ変換に必要な過程を満たせば)周波数ごとに分離して記述することができる。この特性を活かし、正則化項を適切に設計することで連立一次方程式の係数行列を三重対角構造とすることが可能である。係数行列が三重対角であるような連立一次方程式は高速に解く方法が確立されているため、パラメータ数が数万から数十万に及ぶようなケースでも容易に計算することができるようになる。これにより計算量は  $O(N)$  まで削減されることとなった。

周波数領域で設計された正則化項に対応する高速最適化は、テーマ A, B で挙げた成果(5. (1) No. 1, 2)にまとめられている。一方で、この高速最適化に関する成果は、一定の条件の下で既存法(時間領域での事前知識に基づく正則化項)にも拡張できることが明らかとなった。この結果をまとめたものが 5. (1) No. 3 である。

#### 研究テーマ D「不安定システムのためのカーネル正則化」

加速フェーズにおける研究では、それまでと少し異なる枠組みについて議論した。まず、推定する対象を不安定なシステム、すなわちインパルス応答が時間とともに指数的に発散するものに限定した。また、利用する事前知識は周波数減衰ではなく、伝達関数(=インパルス応答の  $z$  変換)の単位円上 Laurent 級数展開の係数とした。この係数は系が不安定であっても和のインデックスが正負に進むごとに指数的に収束するため、この事前知識を推定に活用した。なお、不安定なシステムから観測データを収集するためには、制御器を組み込んだ閉ループを構成して系を安定化する必要がある。このような閉ループ系からのデータを用いた推定(閉ループ同定)は、そもそもどのようにデータを収集するか(どのように閉ループ系を駆動するか)の部分から検討しなければならない。

本研究では、閉ループ系に周期的な参照入力を与え、定常状態になったときにデータを収集する方法を選択した。これによりフーリエ変換を用いた周波数領域での解析が可能となる。その後、Laurent 級数展開の係数が和のインデックスが正負に進むごとに指数的に収束することを利用し、安定なインパルス応答の推定に利用されるカーネル(安定カーネル)をインデックスが正の部分に、同じカーネルを反転させたものをインデックスが負の部分に利用して正則化最小二乗推定を行う方法を提案した。

### 3. 今後の展開

本研究では、対象の離散時間システムの周波数特性を踏まえた正則化項を設計した。今後の研究展開について、特に実装・応用的な点について言及する。

まず、当初は期間内で行う予定であったが若干の遅れが出ている音響現象への適用が第一に挙げられる。2021 年末頃から、北九州市立大学が位置するひびきの学研都市内の会議場におけるインパルス応答測定を開始する。この会議場の音響特性推定に提案法を適用し、その有効性を検証する。この検証実験で音響現象への有効性が確認されれば、音響業界の技術者の方たちが利用しやすい形でプログラムをまとめることも検討している。検証実験については 2021 年度中に行い、結果を 2022 年度の早いうちに発表することを目指す。また、実装の第二の方向性として、制御工学への応用が考えられる。近年の制御工学では、データから直接制御入力を設計する分野(データ駆動制御)も大きな注目を集めている。しかし対象のシステムによっては、高周波入力は振動を誘発するため望ましくない。そこで、データからの入力設計時に本研究で設計した正則化を適用することを考える。正則化項が高周波成分を抑える作用を持つため、振動を誘発しない制御入力を設計できると予想される。このような制御応用については、2 年から 3 年かけて検証を行っていく予定である。

加速フェーズでは、不安定なシステムに特化した新たな正則化最小二乗推定法を提案した。これにより不安定なシステム、例えば航空機や鉛直上向きを平衡点としたロボットハンド、一部の化学反応など、インパルス応答が発散してしまうような系への展開可能性が向上した。

#### 4. 自己評価

総論として、研究目的は概ね達成された、もしくは達成の見込みが立ったと言える。一方で、確立された手法がどの程度有効であるかという点については注意が必要である。既存研究では、システムが安定であればインパルス応答が指数収束するという事前知識を活用した正則化項が設計されていた。本研究では、周波数応答の実部/虚部が一定の速度で(例えば $-20$  [dB/dec])で収束するという知識が得られているとして正則化項を設計した。複数の数値検証の結果、単体で評価すれば前者の(すなわち既存の)正則化の方が精度が高くなることが判明している。これは、指数収束という知識が $-20$ [dB/dec]という知識よりも強い制約を課していることになるためと思われる。

ただし、これは本研究が無意味だったことを意味しない。実際、既存研究の正則化(時間領域の正則化)と、本研究の正則化(周波数領域の正則化)は併用可能であり、かつ併用することで精度を更に向上できることが確認された(成果 5. (3) No.2)。したがって、本研究は既存研究を上回るものというより補完するものとして価値があると考えられる。また、提案法は不安定なシステムにも適用可能であることが示唆されており、この点においては既存研究に対して明確な優位性を持つ。

以上をまとめると、「単体では期待したほどの精度の向上は得られなかったが、既存研究を補完するものとして価値のある手法が確立された」と評価できる。

また、研究費の執行状況について、柔軟リンクを有するモータを購入したが、これを用いた実機検証については大きな遅れが生じている。これは、柔軟リンクを使用するには歪ゲージに太いケーブルを接続する必要があり、ランダム加振ができない(ケーブルが引っかかる)ことが判明したためである。この機器に対して提案法を適用するには多少の工夫が必要であり、本機器を用いた提案法の直接の検証にはもう少し時間が必要である。なお、研究テーマ(A)、(B)、(C)からは若干外れるが、データから入力信号を直接設計する手法において正則化を活用する研究を行っており、その検証に本実験機を活用した(成果 5.(3) No. 3)。このため、当初の予定とは若干異なるが本機器は有効に活用されていることを付しておく。

研究成果の科学技術・社会への波及には、まだ時間がかかるものと思われる。最も波及の可能性が高いのは音響工学への応用であり、研究テーマ(C)により得られた時間領域での正則化の高速計算であろう。この手法は、パラメータ数の多い音響系で理論を技術へ転じるために必要不可欠なステップであった。これを足掛かりに、音響工学への波及を目指していきたい。

#### (加速フェーズ実施後追記)

加速フェーズにおいて、不安定なシステムに特化した正則化手法が提案された(成果 5. (1) No. 4)。この論文は非常に大きな意義を持つものであるため、その背景からここに説明する。動的システムを推定する(=システム同定)分野において、2011年および2012年にカーネル正則化法を動的システムに特化させる方法が提案された。これは大きなブレイクスルーをもたらし、システム同定研究の大家が shift in paradigm であると題した解説を掲載するほどに注目を集め、現在も高い関心を持たれている。しかしこの方法は原則として安定なシステムを対象とし、そのインパルス応答が指数的に収束するという知識を正則化に組み込む方法であり、不安定なシステムへの適用は容易ではない。その後加速フェーズ前の本研究のように不安定なシステム『にも』使え

るというものはいくつか現れたが、性能は決して高いものではなかった。この点は上記「4. 自己評価」に述べた通りである。

本加速フェーズでは不安定なシステムにおいても指数的に減衰するパラメータを明らかにし、その知識を正則化に組み込む方法を明らかにした。これは高い推定性能を示すものであり、これまで難しかった不安定システムへの応用を可能とする点で重要である。

終了した時点から振り返れば、周波数領域での解析から  $z$  変換、そして Laurent 級数展開へ進んで行くのは自然な流れともいえる。しかしその結果得られた成果は上述の通り重要なものであり、総論として本研究は動的システムの正則化において一定の重要性を持つものであったと評価できる。

## 5. 主な研究成果リスト

### (1) 代表的な論文(原著論文)発表

研究期間累積件数: 査読付き論文5件, 査読付き国際会議7件

研究期間累積件数: 査読付き論文7件, 査読付き国際会議9件(加速フェーズ実施後更新)

1. Yusuke Fujimoto: Kernel Regularization in Frequency Domain: Encoding High-Frequency Decay Property. IEEE Control Systems Letters. 2021, Vol. 5, 367–372.

システムが高周波減衰特性を持つことが既知としたときに、その知識を活用した推定方法を提案した。また、その計算を高速に行う方法についても併せて提案した。この高速計算については、入力信号が周期的であるという仮定の下で周波数領域での入出力関係が単純な形で与えられることが基礎となっている。提案法の有効性を示す数値例が与えられている。

2. Yusuke Fujimoto: Kernel Regularization for Low-Frequency Decay Systems. Proceedings of 60th IEEE Conference Decision and Control, December 13–15, pp. 3014–3019, 2021.

システムが低周波減衰特性を持つことが既知としたときに、その知識を活用した推定方法と高速な計算方法を提案した。また、この手法が不安定なシステムにも適用可能であることを示唆する数値例を示し、有効性を検証した。正則化を活用する既存の手法は、安定なシステムのみを対象としているため、これは提案法の有用性を示す。

3. Yusuke Fujimoto: Efficient Implementation of Kernel Regularization based on ADMM. Proceedings of the 19th IFAC Symposium on System Identification. 2021, 473–477.

時間領域での事前知識を利用する正則化法について、高速に計算する方法を提案した。特に、入力信号が周期的であるという仮定を設け、一度議論を周波数領域へ移行させることで高速な計算を可能とした点に新規性がある。

4. Yusuke Fujimoto: Kernel-Based Regularization for Unstable Systems, in Proceedings of the 61st IEEE Conference on Decision and Control, December 6–9, pp. 209–214, 2022.

不安定なシステムを対象とし、対象のインパルス応答ではなく Laurent 級数展開の係数を推定するという枠組みとその正則化最小二乗推定法を提案した。インパルス応答が指数的に発散するような不安定システムであっても Laurent 級数展開の係数は収束することを指摘し、事前知識として同定に活用する方法を示した点に新規性がある。

(2)特許出願

該当なし

研究期間全出願件数:0件(特許公開前のものも含む)

(3)その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

1. 藤本悠介, 永原正章:線形システム同定の基礎 -最小二乗推定と正則化の原理, コロナ社, 2021.
2. Y. Fujimoto: Time-Frequency Regularization for Impulse Response Estimation, SICE Annual Conference 2020 (online), September 23-26, pp. 1329-1332 (2020).
3. Y. Fujimoto: Iterative Learning Control Not to Interfere with Feedback Control, 3rd IFAC Conference on Modelling, Identification, and Control of Nonlinear Systems (MICNON 2021), online, September 15-17, pp. 486--489, 2021.
4. 藤本悠介:カーネル正則化を用いたインパルス応答推定, システム/制御/情報, Vol. 64, No. 9, pp. 337--342, 2020. (解説記事)
5. 藤本悠介:インパルス応答推定のための周波数特性を踏まえた正則化, 第8回制御工学オンライン研究会, 8月31日, 2020. (招待講演)