

# 研究終了報告書

## 「未知の主体を説得するためのアルゴリズムの研究」

研究期間：2019年10月～2022年3月

研究者：藤井 海斗

### 1. 研究のねらい

本研究のねらいは、ベイズ的説得という数理モデルに対して、効率的なアルゴリズムを考案することである。ベイズ的説得とは、情報の戦略的な開示をモデル化した数理モデルであり、経済学分野でさかんに研究されている。ベイズ的説得では、情報において優位性をもつ送り手が、情報をもたない受け手に戦略的に情報を開示することで、受け手を望ましい行動に導こうとする。近年はアルゴリズム理論の研究者が、ベイズ的説得のアルゴリズム的な側面、すなわち「送り手にとって最適な戦略を計算するための効率的なアルゴリズムを設計できるか」という問題に取り組んできた。それらの研究ではつねに受け手の利得関数が既知であることを仮定していたが、現実のベイズ的説得の多くの応用では、受け手がどのようなシグナルに対してどのような行動をとるかは未知である。本研究課題では、オンライン学習、適応的最適化、最適停止理論などの「不確実性のもとでの最適化」の理論を用いて、受け手の利得関数に不確実性があるベイズ的説得のためのアルゴリズム設計を目指す。

### 2. 研究成果

#### (1) 概要

ベイズ的説得とは、情報の戦略的な開示をモデル化した数理モデルであり、経済学分野でさかんに研究されている。ベイズ的説得では、情報において優位性をもつ送り手が、情報をもたない受け手に戦略的に情報を開示することで、受け手を望ましい行動に導くことを目指す。本研究では、「送り手にとって最適な戦略を計算するための効率的なアルゴリズムを設計できるか」というアルゴリズムの側面から研究をおこなった。

本研究課題では、当初は表題の通り、「受け手の利得関数に不確実性がある場合のベイズ的説得」のためのアルゴリズム設計を目標にしていた。しかしながら、他の研究者らによって同様のアイデアの研究が先に進められてしまったため、方針を転換し、「受け手が組合せ的な行動をとるベイズ的説得」というモデルに対してアルゴリズム設計に取り組んだ。このモデルは、受け手がたくさんの商品からいくつかを選ぶ場合や、出発地から目的地へのルートを選ぶ場合など、受け手がとりうる行動が組合せ的な構造をもつ場合を扱える。

本研究課題では、次のような二種類の設定に取り組んだ。一つ目は、「外部の状態で各要素の価値が決まる設定」である。例えば、受け手が出発地から目的地へのルートを選ぶ例では、天気のような外部の状態によってそれぞれの道路の通行時間が決まるという状況がこの設定によく当てはまる。この研究では、主に三つの結果が得られた。まず、一つ目の結果では、簡単な組合せ的な制約でもよい近似を得るのは NP 困難であることを示した。次に、二つ目の結果では、状態数が定数であることを仮定して、一般のマトロイド制約に対する多項式時

間アルゴリズムを設計した。最後に、制約が緩和された設定（粗相関均衡と呼ばれる均衡の概念と対応する設定）に対して多項式時間アルゴリズムを設計するための十分条件を示した。

二つ目は、「各要素の状態が独立に決まる設定」である。例えば、受け手が出発地から目的地へのルートを選ぶ例では、各道路の渋滞状況が独立な確率分布に従って決まるという状況がこの設定によく当てはまる。この設定に関する研究結果は今後論文にまとめて出版する予定である。

## (2) 詳細

ベイズ的説得とは、情報の戦略的な開示をモデル化した数理モデルであり、経済学分野でさかんに研究されている。ベイズ的説得では、情報において優位性をもつ送り手が、情報をもたない受け手に戦略的に情報を開示することで、受け手を望ましい行動に導くことを目指す（図 1）。近年はアルゴリズム分野の研究者によって、送り手にとって最適な戦略を計算するための効率的なアルゴリズムが研究されている。



図 1: ベイズ的説得の概要図。送り手は受け手にシグナルを通して情報を伝えることで、受け手を望ましい行動に導くことを目指す。

本研究課題では、当初は表題の通り、「受け手の利得関数に不確実性がある場合のベイズ的説得」のためのアルゴリズム設計を目標にしていた。しかしながら、他の研究者らによって同様のアイデアの研究が先に進められてしまった。そこで、方針を転換し、プロジェクト期間の後半は「受け手が組合せ的な行動をとるベイズ的説得」に取り組んだ。この設定では、受け手がとりうる行動が組合せ的な構造をもつ。具体的には、受け手がたくさんの商品からいくつかを選ぶ場合や、出発地から目的地へのルートを選ぶ場合などが考えられる（図 2）。

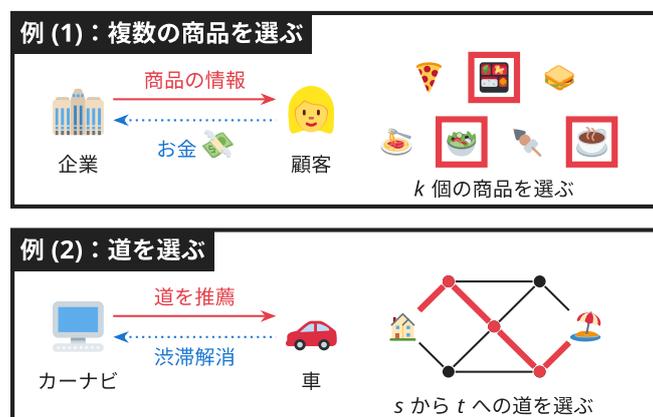


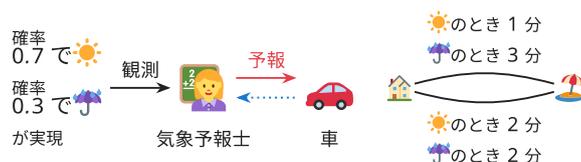
図 2: 受け手が組合せ的な行動をとる設定の具体例。受け手がたくさんの商品からいくつかを選ぶ場合や、出発地から目的地へのルートを選択する場合をモデル化できる。

受け手が組合せ的な行動をとるベイズ的説得には、次のような二種類の設定が考えられる(図3参照)。

一つ目は、「外部の状態で各要素の価値が決まる設定」である。この設定では、各要素の価値に影響するような不確実な要因が外部に存在する。上述の受け手がルートを選ぶ例では、天気などが外部の要因として考えられる。天気は、実際にそのときが来るまで明らかにならない不確実なものであり、天気によってそれぞれの道路(グラフの各枝)の通行時間が変化しうる。例えば、晴れでも雨でも通行時間が変わらない道路もある一方で、雨だと通るのに時間がかかってしまうような道路もありうる。車(受け手)は、気象予報士(送り手)からの天気予報(シグナル)を参考にして、それぞれの道路の通行時間(各要素の価値)をベイズ的に推測し、出発地から目的地までのルート(行動)を決定する。台風などによって特定の道路に事故のリスクがある場合や、極端な混雑が予想されるような場合に、天気予報士は天気予報を通して車を適切なルートに導ける可能性がある。このように一つ目の設定では、すべての要素の価値に影響するような外部要因があり、送り手はその外部要因に関する情報をシグナルとして受け手に伝える。

二つ目は、「各要素の状態が独立に決まる設定」である。この設定では、各要素の価値がそれぞれに不確実性をもつ。上述の受け手がルートを選ぶ例では、各道路の通行時間(グラフの各枝の価値)が不確実性をもつ状況に対応している。ここで想定されているのは、それぞれの道路の通行時間が、他の道路の通行時間とは独立に確率的に決まるような状況である。例えば、それぞれの道路の渋滞状況を確率的にモデル化できるような状況にこのモデルが適用できる。カーナビなどのルート推薦システム(送り手)は、各道路の通行時間(各要素の価値)を観測したうえで、車(受け手)に向けて推奨ルート(シグナル)を送り、受け手を適切なルート(行動)に導くことを目指す。この例では、カーナビの利用者が複数いる場合に、それぞれの車に分散したルートを推奨することで、混雑を防ぎ、利用者全体の通行時間を短縮できる可能性がある。このように二つ目の設定では、各要素にそれぞれ状態が定まっており、それらが独立な確率分布に従っている状況を考える。

### 1 外部の状態で各要素の価値が決まる



### 2 各要素の状態が独立に決まる



図3: 本研究課題で扱う二種類の設定。一つ目の設定では、天気のような外部の要因によって各要素の価値が決定される状況を考える。二つの設定では、各要素の状態が、独立に確率的に決定される状況を考える。

これら二つの設定は、受け手が組合せ的な行動をとるという点では同じだが、理論的には大きく異なる。一つ目の設定では、状態数は少ないが、各要素の価値が非独立になっている点にアルゴリズム的な難しさがある。一方、二つ目の設定では、各要素それぞれに状態が定まっているため、全体の状態数が指数的に多くなるところにアルゴリズム的な難しさがある。この指数的な自然の状態を効率的に扱うことは一般には困難だが、独立性を利用することで効率的なアルゴリズムを設計できる可能性がある。このように、これら二つの設定はアルゴリズム的な難しさの所在が異なっており、表面的には似ているものの、理論的な性質は大きく異なっている。本研究課題では、これら二つの設定を分析し、アルゴリズムを設計した。

#### **研究テーマ(1)「外部の状態で各要素の価値が決まる設定」**

一つ目の研究では、天気のような外部の状態によって、それぞれの道路の通行時間のような各要素の価値が決まる設定に取り組んだ。この研究では、主に三つの結果が得られた(論文1)。まず、一つ目の結果では、簡単な組合せ的な制約でもよい近似を得るのはNP困難であることを示した。次に、二つ目の結果では、状態数が定数であることを仮定して、一般のマトロイド制約に対する多項式時間アルゴリズムを設計した。最後に、制約が緩和された設定に対して多項式時間アルゴリズムを設計するための十分条件を示した。以下ではそれぞれの結果について詳述する。

#### **研究テーマ(2)「各要素の状態が独立に決まる設定」**

二つ目の研究では、各道路の渋滞状況のような要素ごとの状態が独立な確率分布に従って決まる設定に取り組んだ。この研究は現在も進行中であり、今後より発展させて論文にまとめる予定である。

### **3. 今後の展開**

本研究課題では、「受け手が組合せ的な行動をとるベイズ的説得」という新しいベイズ的説得のモデルを提示すると同時に、それに対するアルゴリズムを提案した。一方で、ベイズ的説得のアルゴリズムについてはまだ十分に調べられていない領域が大きく、今後も継続して以下の二点に取り組んでいきたい。一つ目は、ベイズ的説得のモデルの拡張である。経済学分野ではベイズ的説得のさまざまな拡張が提案されているが、今回の「受け手が組合せ的な行動をとる」というモデルは自然な拡張であるにもかかわらず考えられてこなかった。この理由の一つは、このアイデアが組合せ最適化に由来していることである。このように、最適化やアルゴリズムの知見を生かすことで有用なモデルを考案できる可能性があるため、今後も新しいベイズ的説得のモデルを考えていきたい。二つ目は、既知のモデルに対してアルゴリズムを設計できるか調べることである。前述のとおり経済学分野で数々のモデルが提案されているが、そのアルゴリズム的な側面はほとんど研究されていない。経済学分野で重要とされているモデルのアルゴリズム的な側面を調べることで、ベイズ的説得の実社会応用への貢献を目指したい。

### **4. 自己評価**

研究成果の項目に記したとおり、他の研究者らによって同様のアイデアの研究が先に進められてしまったため、得られた結果は当初の研究計画とは異なるものになった。しかしながら、ベ

ズ的説得のアルゴリズムに関するまずまずの研究成果が得られており、ベイズ的説得のアルゴリズム的側面を探求するという目標は達成できた。当初の方針から転換したこともあり、本研究課題の成果は多いとは言い難いが、今後大きく発展しうる分野の基礎に貢献できたと考えている。

一方で、研究費の執行についてはコロナ禍の影響を大きく受けることとなった。研究費は、国際会議の参加費や研究者の訪問など、主に旅費に使う予定であったが、コロナ禍の影響ですべてオンライン化されたため、研究費を十分に活用することができなかった。

## 5. 主な研究成果リスト

### (1) 代表的な論文(原著論文)発表

研究期間累積件数:2件

1. Kaito Fujii and Shinsaku Sakaue. Algorithmic Bayesian persuasion with combinatorial actions. In *Proceedings of The 36th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI 2022)*, to appear.

本研究では、受け手が組合せ的な行動をとるベイズ的説得に対して、送り手にとって最適な情報開示戦略を計算するアルゴリズムについて研究した。まず、一様マトロイド、分割マトロイド、グラフ的マトロイド、パスといった単純な組合せ的な制約に対して、定数近似が NP 困難であることを証明した。一方で、状態数が定数である場合に、一般のマトロイド制約に対して多項式時間アルゴリズムを提案した。さらに、制約を粗相関均衡制約に緩和した場合に多項式時間アルゴリズムを設計するための十分条件を示した。

2. Kaito Fujii. Approximation guarantees of local search algorithms via localizability of set functions. In *Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning (ICML 2021)*, pp. 3327—3336, 2020.

局所探索は、基本的なアルゴリズム設計の技法であり、さまざまな組合せ最適化問題に用いられている。本研究では、集合関数の localizability という性質を新しく提案し、組合せ的な制約をもつ集合関数最大化に対する局所探索法に近似保証を与えた。また、提案した枠組みをスパース最適化に応用し、局所探索法を高速化する手法も提案した。

### (2) 特許出願

ありません。

### (3) その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

ありません。