

研究報告書

「高階埋め込みテンソルモデリングの研究」

研究期間：2020年4月～2022年3月
研究者番号：50252
研究者：横田 達也

1. 研究のねらい

高階埋め込みテンソルモデリングは、情報処理における入力データ(テンソル)を高階なブロックハンケルテンソルで表現し、その高階テンソルに対して数理モデルを適用する新しいテンソル情報処理のアプローチである。本研究では、与えられたテンソルを高階なブロックハンケルテンソルへ変換する処理を提案し、それを**多重遅延埋め込み変換(MDT: Multi-way Delay-embedding Transform)**と呼んでいる。通常の遅延埋め込み(delay-embedding)は1次元信号を曲線(多様体)として高次元空間に埋め込む操作であり、カオス時系列解析などに用いられる。それに対してMDTは、遅延埋め込みを多次元信号(テンソル)へ拡張したものになっている。

遅延埋め込みをすることにより、一見複雑に見えていた時系列信号が高次元空間では単純な(例えば線形な)モデルで近似できることがある。この事象は、サイン、コサイン、指数関数などに基づく時系列信号の多くで見ることができる。画像処理ではJPEG圧縮の離散コサイン変換や、JPEG2000のウェーブレット変換などが良く用いられることから分かる通り、MDTを導入した**新しい画像モデリングの手法の開発**が期待できる。

高階埋め込みテンソルモデリングの研究はテンソル情報処理における新しい枠組みのさきがけになると私は期待している。与えられたテンソル信号を直接モデリングする従来の枠組みに対して、新しい枠組みでは与えられた信号を何かしらの変換(本研究ではMDT)によって高階テンソル化し、その高階テンソルをモデリングする(図1)。これは情報処理の土台である**情報表現に切り込む研究**である。例えば、画像データひとつについて考えてみても、その表現方法にはベクトル、行列、テンソル、点群、関数、グラフなどさまざまな種類を考えることができ、それぞれの表現方法に基づいた別々の数理モデルが存在する。MDTは新しい表現の1つに過ぎず、テンソルという枠組みに収まってはいるが、テンソルデータをそのまま処理をするという従来の枠組みを超える1つのアイデアである。

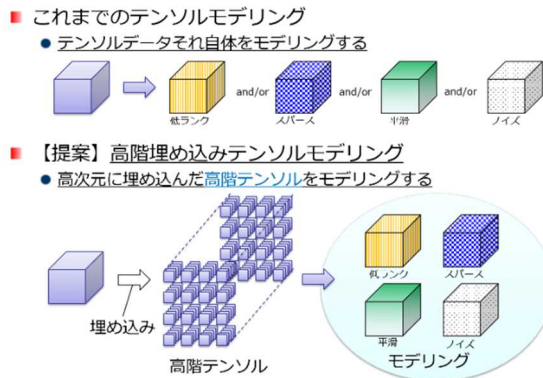


図 1: 高階埋め込みテンソルモデリングの概念図

2. 研究成果

(1) 概要

高階埋め込みテンソルモデリングの研究では、テンソルの新しい表現を得る方法として MDT について考える。研究においては MDT によって得られるブロックハンケルテンソルをどのように扱うか、という問いに取り組む。具体的には以下の事項について検討し、アルゴリズム開発や実験などを行った。

研究テーマ A: 「高階埋め込み多重線形モデリング」

研究テーマ B: 「高階埋め込み多様体モデリング」

研究テーマ C: 「動的 PET 画像再構成への応用」

(2) 詳細

研究テーマ A: 「高階埋め込み多重線形モデリング」

この研究テーマでは、MDT によって得られるブロックハンケルテンソルに対して低ランクテンソル分解を適用するアプローチについて研究する。この技術は埋め込み空間においてテンソルの低ランク性が仮定できるような画像データの復元に用いることができる。本フェーズでは、MDT、低ランクタッカー分解、逆 MDT の 3 段階の処理によってテンソルの欠損値補完を行う手法を提案した。加速フェーズでは、これをさらに発展させ、タッカー分解ではなくテンソルトレイン分解を行う手法を提案した。この研究成果は、**IEEE Signal Processing Letters** に掲載された(論文・発表リスト 1)。

また、MDT をテンソル分解へ導入するアプローチは、テンソル分解による画像モデリングへ新しい枠組みを提供している。それは画像のテンソル化、そしてテンソル分解の適用という流れのことである。本研究では、これまでに行われてきたテンソルの直接的なモデリングから、テンソル化を用いる新しい枠組みへ向かっていく研究分野の流れをいち早く発信する目的で、洋図書 **Tensors for Data Processing** へ book chapter「**Tensor methods for low-level vision**」の寄稿をした(論文・発表リスト 2)。

これまでの研究によって MDT、テンソル分解、逆 MDT の 3 段階処理にはスケーラビリティの限界が浮き彫りになってきた。具体的には、遅延幅 τ が増加に伴って MDT 後に得られるブロックハンケルテンソルの要素数が劇的に増加し、すぐにメモリ上限を超えてしまうことが問題点として挙げられる。本研究では、この問題を克服するために 3 段階処理についての見直し(つまり定式化の修正)、巡回式遅延埋め込みの適用、高速フーリエ変換の活用などにより大幅な効率化を実現した(図 2)。これによりメモリ爆発の問題が解消され、計算時間が約 100 倍短縮された。この研究成果は、国際会議 **APSIPA ASC 2021** で発表した(論文・発表リスト 3)。

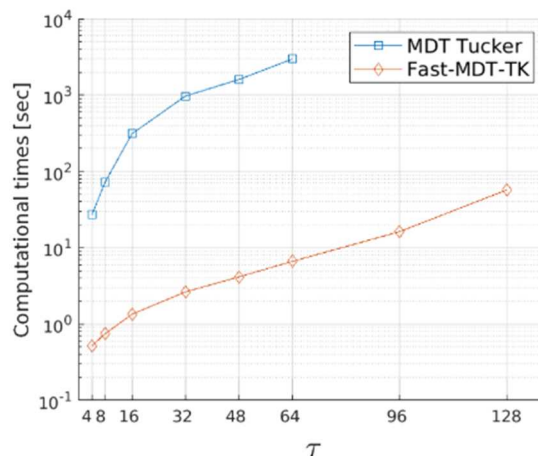


図 2 高速アルゴリズムの計算時間

研究テーマ B: 「高階埋め込み多様体モデリング」

画像データの MDT は、画像の内にあるすべての局所パッチを抽出する操作として解釈することができる(図 3)。これら全てに対して同一のパターンとの内積をとる操作は畳み込みと呼ばれ、現在盛んに研究されている畳み込みニューラルネットワーク(CNN)と密接な関係がある。畳み込みニューラルネットワークを用いる画像復元の代表例の一つに

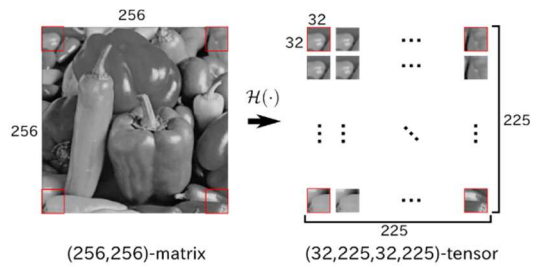


図 3 パッチ抽出としての MDT

Deep Image Prior がある。これは CNN の

ネットワーク構造の中に画像モデルが含まれていることを示す興味深い結果である。実際にそれがどのような画像モデルであるのか？はブラックボックスであり、解釈や説明の困難性が問題になっている。そこで本研究では、MDT と多様体学習を組み合わせた新しい画像復元の手法 MMES(manifold modeling in embedded space)を提案した。MMES は、MDT、多様体学習、逆 MDT の 3 段階からなるネットワーク構造である。これは CNN 構造の 1 つでありながら、画像モデルとしての解釈や説明が可能である点で強いメリットがある。つまり、CNN を用いる Deep Image Prior との接点があり、これに代替可能な画像復元手法である。計算機実験では Deep Image Prior とかなり類似した画像復元の特徴を有していることが分かった。さらに、ボケ復元や超解像など特定のタスクでは、従来法を上回る非常に高い復元性能をしめした。この研究成果は *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* に掲載された(論文・発表リスト 4)。

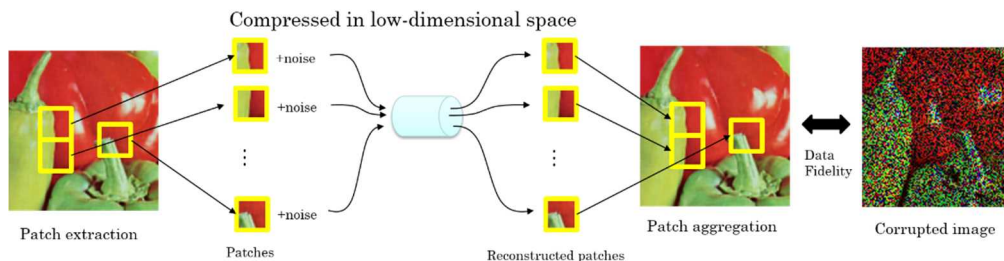


図 4 高階埋め込み多様体モデルの概念図

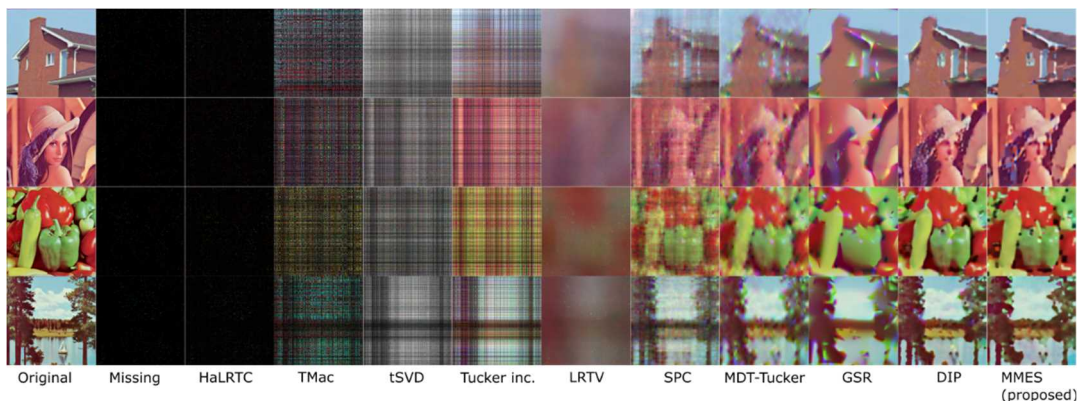


図 5 画像復元の実験結果: 一番右の列が提案法

研究テーマ C: 「動的 PET 画像再構成への応用」

本研究テーマではより実用へ向けた課題として、動的 PET 画像再構成の問題に取り組んだ。動的 PET 画像はアルツハイマー病や癌などの診断に良く用いられる計測機器である。被験者の体内に薬剤を投与し、その薬剤が発する放射線を検出することによって体内における薬剤の動態を知ることができる。検出器には無視できないノイズが混入するため、高精度なセンサデータの画像再構成(イメージング)の技術が求められている。本フェーズでは Deep Image Prior と非負行列分解を組み合わせた数理モデルを用いて動的 PET 画像再構成を行うアルゴリズムを提案した。加速フェーズでは、これをさらに高解像化する超解像技術を開発中である(図 6)。

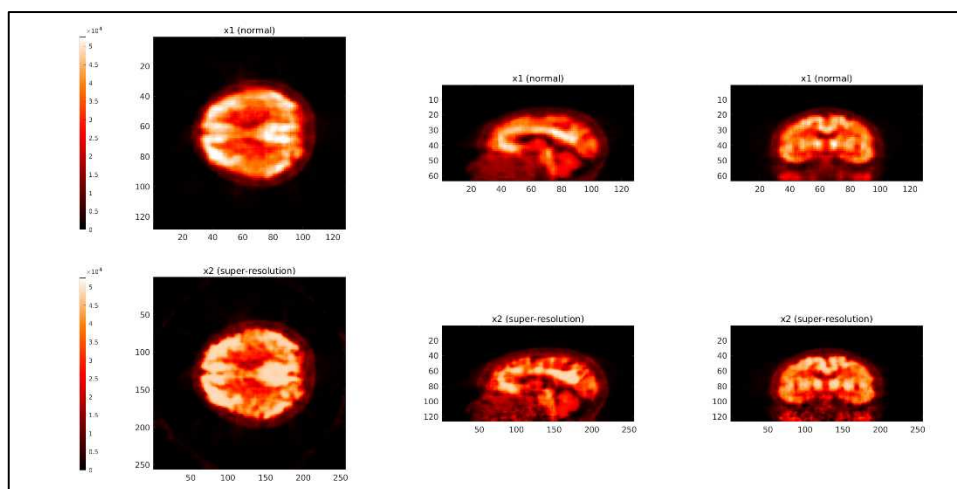


図 6 再構成された PET 画像の例: 上が低解像, 下が高解像

3. 今後の展開

本研究では、遅延埋め込み、テンソル分解モデル、多様体モデルをそれぞれお組み合わせることで新しくかつ有効な画像モデリングの手法を開発することができた。今後は遅延埋め込みを活用していくと同時に、遅延埋め込みにとらわれず新しい表現について考えることも検討していきたいと考えている。つまり、本研究の枠組みをさらに一般化し、テンソル化とテンソルネットワークによって導かれるクラスの情報処理手法について検討し、その特性について調べることが面白いと考えている。また、テンソル表現の他にもグラフ的な情報の表現も注目されている。テンソル表現とグラフ表現の接点について議論することもまた興味深い。

4. 自己評価

・研究目的の達成状況

本研究の目的は、遅延埋め込みとテンソルモデリングを組み合わせた新しい情報処理の枠組みを提案すること。また、それに付随して生成される様々な数理モデルについて検討することであった。結果的に、多重線形モデリングに基づいて、タッカー分解、テンソルトレイン分解、テンソルリング分解などさまざまな派生が生まれた。また、逆 MDT に基づく畳み込み再構成によってタッカー分解の大幅な高速化や効率化なども実現した。多様体モデルに基づくアプローチでは、ノイズ除去自己符号化器との組み合わせにより新しい画像復元モデルを提案し、周辺手法との比較や接点の議論なども行った。動的 PET 画像再構成の問題に着手し実用へ向けた研究も進めることができた。これらの結果から、本研究の目的は十分に達成できたと考えている。

・研究の進め方

本研究は数理モデルや最適化に関する高度な知識，画像モデリング，医用画像処理などに関わる実応用的な知見など幅広い技術や知識基盤が必要であったため，国内外の研究者と意見交換を行いながら進めた。研究費は，調査，計算機環境の構築，研究成果発表(英文校正，オンラインアクセス費)などに執行した。

・研究成果の科学技術及び学術・産業・社会・文化への波及効果

多重遅延埋め込み(またはその他の線形変換)を用いたテンソル処理は，2018年の最初の研究成果論文から少しずつ波及している実感がある。国際会議での2度のチュートリアル講演や，書籍への寄稿を通して体系化した知識の提供をすることができた点も大きいと考えている。今後はこの技術が画像処理以外の系列データ処理に用いられ，これを発展させた新しい枠組みが提案されたりするかもしれない。また，そのような発展を牽引していきたい。

・研究課題の独創性・挑戦性

高階埋め込みテンソルモデリングは，これまでの直接的なテンソルモデリングと異なり，高階化したあとのテンソルをモデリングするアプローチである。これは，カオス時系列解析で考えられているように，一見複雑な信号を，単純なモデルによって処理するというアイデアに基づく。これをテンソルに対しても考えることが本研究の目的であり，高度な数学的知識やアルゴリズム開発の技術などが必要な独創的，挑戦的なテーマである。また，基礎研究の段階であるが，医用画像処理，気象データなどさまざまな実応用も潜在的には考えることができ発展も期待できる。

5. 主な研究成果リスト

(1) 論文(原著論文)発表

1. F. Sedighin, A. Cichocki, **T. Yokota**, and Q. Shi, "Matrix and Tensor Completion in Multiway Delay Embedded Space Using Tensor Train, with Application to Signal Reconstruction", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 27, pp.810-814, 2020.
2. **T. Yokota**, C.F. Caiafa, and Q. Zhao, "Chapter 11: Tensor methods for low-level vision", in *Tensors for Data Processing*, Elsevier, 2021.
3. R. Yamamoto, **T. Yokota**, A. Imakura, H. Hontani, "Fast algorithm for low-rank tensor completion in delay-embedded space", in *Proceedings of APSIPA-ASC*, 2021.
4. T. Yokota, H. Hontani, Q. Zhao, and A. Cichocki, "Manifold modeling in embedded space: An interpretable alternative to deep image prior", *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021.

(2) 特許出願

特になし。

(3) その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

- ・招待講演, "Dynamic PET Image Reconstruction Using Nonnegative Matrix Factorization Incorporated With Deep Image Prior", MIRU2020, 2020年8月

- ・招待講演, "画像復元のための高階埋め込み多様体モデルの研究", FIT2020 併催 MI 研究会, 2020 年 9 月
- ・招待講演, "Non-negative Matrix Factorization in Application to Dynamic PET Image Reconstruction", RIKEN-AIP Open Seminar, 2020 年 11 月
- ・招待講演, "信号処理と機械学習による画像復元", 第 5 回統計・機械学習若手シンポジウム, 2020 年 12 月
- ・チュートリアル, "Tensor Representations in Signal Processing and Machine Learning", APSIPA-ASC, 2020 年 12 月
- ・チュートリアル, "Advanced Topics of Prior-based Image Restoration: Tensors and Neural Networks", APSIPA-ASC, 2021 年 12 月