

研究報告書

「部分的フィードバックに基づくオンライン凸最適化」

研究期間：2018年10月～2020年3月
研究者番号：50165
研究者：伊藤 伸志

1. 研究のねらい

評価指標が不確定な状況で意思決定しながら逐次的に戦略を改善していく状況を扱う枠組みとして、**オンライン最適化**が知られている。この枠組みでは、複数のラウンドにわたって解の出力と目的関数の観測を繰り返しながら、それらの総和の最小化を目指す。ここで目的関数の情報は解を出力した直後に与えられる。アルゴリズムの性能は、最善の固定戦略(すべてのラウンドで一貫した戦略)で達成される目的関数値と、アルゴリズムが達成した目的関数値の差で評価され、この性能指標はリグレットとよばれる。

オンライン最適化の技術は、オンライン予測問題やオンラインポートフォリオ選択問題など、目的関数についてのフィードバックを得ながら逐次的に意思決定を繰り返す状況において有用であるが、目的関数の情報について部分的なフィードバックしか得られない実問題には直接適用できない。そこで本研究課題では、**部分的なフィードバックのもとでのオンライン凸最適化問題**を考察し、アルゴリズムを開発するとともに、問題の複雑性を解析することで、ある意味での**最適なアルゴリズム**の開発と最適性の証明を目指す。これによって、制限された観測のもとでのオンライン予測問題などを含む、多くの逐次的意思決定問題に対する統一的なアプローチを提供する。

2. 研究成果

(1) 概要

本研究では、(i) オンライン線形最適化、(ii) 一部のオンライン非線形最適化のそれぞれに対し、部分的フィードバックの問題設定を考察し、アルゴリズムの開発と最適性の証明を与えた。(i)はオンライン最短経路問題(図1)などを含む重要な問題設定で約15年前から研究されていたが、**少情報性・計算効率性・最適性(最適リグレットバウンド)**の3要素を両立できるかは未解決だった。本研究は3要素を両立する初のアルゴリズムを開発し(図2)、この問題を肯定的に解決した。(ii)に関しては、劣モジュラ関数最小化問題と、強凸かつ平滑な目的関数に対するバンディット凸最適化を扱い、アルゴリズムの提案したうえで、提案アルゴリズムの改善がほぼ不可能である、つまり**アルゴリズム自体がほぼ最適であることを証明した**。劣モジュラ最適化の結果は、商品売価の最適化などへの応用をもつ。

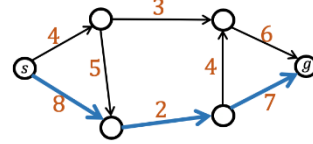
これらの成果は、計3件の論文で公表し、それぞれ国際会議 **NeurIPS2019** の本会議で発表済みである。このほか、1件の単著論文が国際会議 **AISTATS2020** に採択済みである。

(2) 詳細

研究テーマ1「部分的フィードバックのもとでのオンライン線形最適化」

目的関数が線型のオンライン最適化問題で、選択した解における目的関数値のみがフィードバックとして得られる問題をバンディット線形最適化問題とよぶ。この問題設定は、バンディット最短経路問題など、実行可能領域が離散的な集合の場合も含む。例えばバンディット

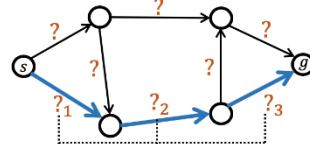
オンライン最適化



経路を選んだあと、すべての辺の長さが明かされる

目的関数 $f_t(x)$ の情報すべて観測可能

バンディット最適化 (部分的フィードバック)



各辺の長さは明かされない
選んだ経路の長さ: $?_1 + ?_2 + ?_3 = 17$ だけ明かされる

選んだ解における目的関数値 $f_t(x_t)$ だけ観測可能

図 1. オンライン最短経路問題におけるフィードバック情報

最短経路問題では、枝重みが未確定の有向グラフと始点・終点が与えられたうえで、複数のラウンドにわたって、始点から終点への経路の選択と、その経路長のフィードバックが繰り返される。ここでグラフの枝重みはラウンドごとに変化する。図1に示すように、通常のオンライン最適化では各ラウンドにおいて全ての枝の重みがフィードバックされるのとは対照的に、バンディットフィードバック設定では選択した経路の枝の重み和しか観測できないため、バンディット設定のほうが相対的に難しい問題設定といえる。

この問題に対して、リグレット上界の観点では最適なオーダーを達成するアルゴリズムが知られている一方で、そのようなアルゴリズムは最悪時に指数時間の計算を要し、多項式時間アルゴリズムで最適なオーダーを達成できるかは未解決だった。

本研究では、最適ナリグレット上界を達成する初の効率的なアルゴリズムを構築することで、上述の問題を肯定的に解決した。ここで、効率的とは、対応するオフライン最適化問題(バンディット最短経路問題の場合は、通常の最短経路問題が対応)のアルゴリズムを呼び出す回数が問題サイズの多項式で上から抑えられることを意味する。この結果は、オフライン最適化が多項式時間で解けるといふ、ある意味で必要最小限の仮定のみでバンディット最適化問題も多項式時間で解ける、つまり、ある意味でオフライン最適化とバンディット最適化の計算複雑性が多項式時間帰着の意味で等価であることを示唆する。

	(i) 情報量: バンディット?	(ii) 計算量: オラクル複雑性	(iii) 最適性: リグレット上界
[KV2005]	完全情報	$\checkmark O(T)$	$\checkmark \hat{O}(T^{1/2})$
[DH2006]	\checkmark	$\checkmark O(T^{2/3})$	$\hat{O}(T^{2/3})$
[CL2012]	\checkmark	No poly. bound	$\checkmark \hat{O}(T^{1/2})$
[Our work]	\checkmark	$\checkmark \hat{O}(T)$	$\checkmark \hat{O}(T^{1/2})$

図 2. バンディット線形最適化のアルゴリズム

研究テーマ2「オンライン非線形最適化」

劣モジュラ関数最小化問題は組合せ最適化における重要な問題であり、強多項式時間可解であることが示されて以降も、現在までに様々なアルゴリズムが提案されてきた。これらの既存研究は、具体的な変数の値を指定したときに目的関数値を返すオラクルにアクセス

できるという仮定の計算モデルに基づく。一方で一部の応用例では、厳密な評価オラクルの存在を仮定できず、実際に観測できる目的関数値にノイズが含まれる状況が存在する。そこで本研究では、確率的なノイズを伴う評価オラクルを用いた劣モジュラ関数最小化問題を考えた。この問題設定は、バンディットフィードバック・オンライン・劣モジュラ関数最小化問題の特殊ケースと見なすことができる。このより一般的な問題に対しては、アルゴリズムと複雑性の解析が与えられている一方で、最適なリグレットは未だに知られていない。

本研究では、確率的な関数値評価オラクルを用いた劣モジュラ関数最小化に対する多項式時間アルゴリズムを提案し、アルゴリズムが出力する解の誤差評価を与えた。加えて、任意のアルゴリズムに対する誤差下界を示すことで、提案アルゴリズムの誤差の一定以上の改善がある意味で不可能である、つまり提案アルゴリズムが最適に近いことを示した。

加えて、バンディット凸最適化問題に対する新しいアルゴリズムを提案した。提案手法は、任意の凸領域上の問題に適用でき、強凸性と平滑性の仮定のもとで最適なリグレット上界を達成する初のアルゴリズムである。既存手法は、制約なしの問題でしか最適リグレットを達成できない、また必ずしも多項式時間で実行できないという課題点をもっていたが、本研究はこれらの課題を解決している。

3. 今後の展開

これまでの研究を通して、線形の問題設定に対しては少情報性・計算効率性・最適性のトレードオフという重要な問題を解決し、非線形の問題設定に対しても特定のクラスや仮定を加えた状況を考えることで、いくつかの進展を得た。その一方で、より一般の非線形の問題設定や、異なる評価指標での解析など、多くの重要な未解決問題が残っている。例えば、一般のバンディット凸最適化に対しては、計算効率性を無視した場合でも、最適なリグレットのオーダーすら分かっておらず、大きな改善の余地を残している。また、現実世界が一定の確率分布に振る舞うかそうでないか判断できない場合には、どちら状況に対しても有効なハイブリッド型アルゴリズムを考えることが実用上重要であるが、現状知られるハイブリッド型アルゴリズムは非常に単純な問題クラスに限られている。今後の研究ではこれらの課題の解決に取り組む。並行して、オンライン最適化ソフトウェアの開発を推進する。現状では、理論に留まっているオンライン最適化の研究成果が多くあり、実世界での応用例や利用しやすいソフトウェアはあまり知られていない。今後の研究活動では、この課題の解決も目指す。

4. 自己評価

研究の達成状況を振り返ると、計算量の改善・解析の観点では当初の計画を超えた進展があり、満足のいく結果が得られたと考える。計算量の問題はオンライン最適化や情報理論のコミュニティではそれほど重視されていない一方、産業応用や社会実装のうえでは重要な観点であり、そのため本研究で得られた計算量についての成果は今後の実応用の場面で一定の波及効果があると見込んでいる。本研究計画において重要視していた一般のバンディット凸最適化問題は想定以上に難しく、本質的な進展までには至らなかったと評価している。

研究の進め方については、研究費を活用してほかの研究者との交流の機会をもち、新たな共同研究を開始できた点はよかったと思う。しかし、理論研究に集中して論文等の成果はだせた一方で、実応用に向けた活動はほとんどできなかった点は反省点である。今後、自身の専門性から離れた人との協働などを通して、視野を広げるとともに実応用の機会を探索し、自身の研究成果の波及効果をより大きくしていきたいと考える。

5. 主な研究成果リスト

(1) 論文(原著論文)発表

1. Shinji Ito: Submodular Function Minimization with Noisy Evaluation Oracle. In *Advances in Neural Information Processing Systems 32* (NeurIPS2019), pp. 12080–12090, 2019.
2. Shinji Ito, Daisuke Hatano, Hanna Sumita, Kei Takemura, Takuro Fukunaga, Naonori Kakimura, Ken-ichi Kawarabayashi: Oracle-Efficient Algorithms for Online Linear Optimization with Bandit Feedback. In *Advances in Neural Information Processing Systems 32* (NeurIPS2019), pp. 10589–10598, 2019.
3. Shinji Ito, Daisuke Hatano, Hanna Sumita, Kei Takemura, Takuro Fukunaga, Naonori Kakimura, Ken-ichi Kawarabayashi: Improved Regret Bounds for Bandit Combinatorial Optimization. In *Advances in Neural Information Processing Systems 32* (NeurIPS2019), pp. 12027–12036, 2019.
4. Shinji Ito: An Optimal Algorithm for Bandit Convex Optimization with Strongly-Convex and Smooth Loss. In *Proceedings of the 23rd International Conference on Artificial Intelligence and Statistics* (AISTATS2020), accepted.

(2) 特許出願

研究期間累積件数: 0 件

(3) その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

[受賞] 2020年3月 東京大学大学院情報理工学系研究科 研究科長賞