

# 研究報告書

## 「情報幾何学と離散力学の融合と社会ネットワーク解析への応用」

研究タイプ: 通常型

研究期間: 2016年10月～2020年3月

研究者: 谷口 隆晴

### 1. 研究のねらい

心理学や経済学、農学など、様々な研究分野で、人や金融機関、動物などの繋がりなどを表すためにネットワークが用いられるが、そのようなネットワークには、時間とともに変化するものも多く存在する。応用上は、それらの変化を自動的に検知する技術などが重要となるが、そのような技術を構築するためには、まず、時間変化するネットワークの数理モデルを構築する必要がある。

本研究の一つ目の狙いは、そのような時間発展型モデルとして、情報幾何学や解析力学を利用したモデルを構築することである。具体的には、まず、時間発展しない静的なデータに対する統計モデルの存在を仮定する。ここで、統計モデルの集合には、実は自然な Riemann 計量が定めることが知られており、その幾何学的性質は情報幾何学の分野で研究が進んでいる。そこで、情報幾何学の知見に基づき、静的な統計モデルを、幾何学的に自然な形で時間発展させることで、時間発展型モデルに拡張する。このとき、その時間発展モデルの構築に解析力学を利用する。解析力学はニュートンの運動方程式を、実用上、使いやすい形に拡張したものであるが、このとき、特に、物理法則が座標変換に対して不変性であるように理論が構築されており、理論は幾何学を中心に構成される。そのため、抽象的な多様体上で定義された、物理現象に限らない様々な現象に対して、運動方程式を定義することができる。従って、統計多様体上の統計モデルの変化を記述する運動方程式も定義可能であり、そのように定義された運動方程式に対しては、Noether の定理をはじめとする、力学の定理が成立する。ただし、力学理論は運動方程式を微分方程式として記述するが、実際に解析したいデータは、離散的な時刻におけるサンプルであることが多い。そのため、力学理論としては、時間方向に離散化された離散力学を用いる。本研究の二つ目の狙いは、時系列モデルとしての運動方程式の可能性を調べることである。ニュートンの運動方程式は、物理現象に対する基本的なモデルであるが、解析力学では、これに限らない、様々な微分方程式を運動方程式として導くことができる。そこで、運動方程式を時系列モデルとして利用した場合の可能性についても調査する。

また、これらに加え、実データからのモデリングを行う際には、パラメータ推定など、様々な技術が必要となる。そのような技術の開発も平行して行う。

### 2. 研究成果

#### (1) 概要

本研究では、指数型分布族の定める統計多様体上で、尤度関数を利用して定めたラグランジアンから離散 Euler-Lagrange 方程式を導出することで、時間発展型の統計モデルを構築した。また、同様に統計多様体上の Riemann 幾何学的な構造を利用することでAR型のモデルも作成し、異常検知手法などを構築した。また、これらの手法の応用として、放牧牛に

取り付けたGPSデータから作成し、そのデータから構築したネットワークの解析に取り組み、ネットワークの異常を検知する手法を開発した。

次に、時系列モデルとして運動方程式を利用するというアプローチについて、運動方程式の時系列の近似能力についての研究も行った。このような問題意識は、ソフトロボット学の中でも morphological computation として着目されており、新たな制御手法への応用が期待されている。そこで、ソフトロボットのモデルの一つである質点バネ系の計算能力のシミュレーションによる評価や、微分代数を利用した、与えられた系の計算能力を評価する手法の構築に取り組んだ。質点バネ系の計算能力評価については、morphological computation の基礎理論となっているリザーバーコンピューティングにおいて重要となる echo state 性の有無に類似したような評価結果が得られた。また、微分代数によるアプローチとしては、化学反応系を利用した計算では、離散化したモデルにおいて echo state 性が満たされないことが示された。

また、実データの解析手法として「交流のある人の人数」というアンケート結果から、交流の様子を推定し、ネットワークとして可視化する手法を考案した。ここで、アンケート結果に矛盾しないようなネットワークは無数に存在するが、自治体等で利用する際には、想定される状況のうち、好ましくない状況を推定することが望ましい。そのため、考案した手法は、期待されるネットワークのうち、交流の少ない、粗なネットワークを重点的に推定するように設計した。また、交流人数などのアンケート結果は、5 の倍数など、きりの良い数字に回答が偏るヒーピングと呼ばれる現象が存在する。これを補正する手法の開発も行った。

## (2) 詳細

【テーマA】統計多様体上の離散力学による時間発展型ネットワークに対する統計モデル  
本研究では、まず、静的な統計モデルが与えられると仮定し、そのパラメータを時間的に変化させることで、時間発展型モデルを構築することを目指した。特に、統計モデルの集合は、モデルパラメータを局所座標系とする多様体と見なすことができることが知られている。この多様体には Riemann 幾何学的な構造が入り、自然な計量が定まる。また、この計量の他、Kullback-Leibler 距離のような、擬似的な距離も用いることができる。これらの量は、十分統計量への変換に関して不変であることが知られており、その結果として、最尤法などによるパラメータ推定結果の不変性などが保証される。

本研究では、まず、この Riemann 的な構造を用い、統計多様体上の AR モデルや、状態空間モデルなどを構築した。また、特に、ネットワークに対する静的なモデルとして、指数ランダムグラフモデルを基礎として、時間発展型ネットワークモデルを構築した(学会発表 2-4)。ただし、このモデルでは、計量の計算が必要になるのであるが、その計算量は膨大になってしまい、最も単純な Erdős-Rényi モデル以外では、計算が困難であった。

そこで、モデルの各時刻の尤度と、対象化した Kullback-Leibler 距離で測ったモデルパラメータの変化の大きさの和をラグランジアンとして、離散 Euler-Lagrange 方程式を導出し、モデルを構築した。このモデルは、観測結果に合わせて観測量を修正していくタイプのアルゴリズムを導出する。このアルゴリズムは、多くの場合、計算が非常に容易であり、一般の指数ランダムグラフモデルにも適用可能である。

これらに加え、離散力学を多様体上で展開するために、離散版の微分幾何に関する研究も進めた。特に、Discrete Exterior Calculus と呼ばれる離散版の微分形式について、その誤差評価を行った(論文 5)。

#### 【テーマB】 開発したネットワークモデルを活用した統計的手法の開発

本研究では、心理学や経済学、農学などに現れる時間発展型ネットワークの解析に動機づけられているが、その全ての応用先において、共通して重要であったのは異常検知手法の開発であった。そこで、本研究では、開発したネットワークモデルに基づき、異常検知手法を主に開発した。基本的には、過去のデータに適合するようにネットワークモデルを定め、それに基づき、ネットワークの異常を検知する。また、実問題への適用例として、Erdős-Rényi モデルの定める統計多様体上のARモデルを用いて、放牧牛の位置を取得した GPS データから構築したネットワークの異常検知を行った。

#### 【テーマC】 実問題への応用

本研究では、実問題として、老年心理学における社会実験から得られたネットワークデータやアンケートデータ、放牧牛の位置情報から構築したネットワークデータなどの解析を行った。

老年心理学に関する研究としては、高齢化地区における助け合いを促進するための健康教室の効果を検証する手法を構築した(論文 1, 2)。この健康教室は日を変えて複数回行われ、被験者には、毎回、実際に教室を開始する少し前に集合してもらう。そして、集合時刻から教室が始まる前までの、自由な時間における会話の有無を観測し、それを元にして交流の様子をネットワークとして可視化した。本研究では、このネットワークが、健康教室を行うことで変化したかどうかを統計的に検定する手法を考案し、実際に、この健康教室によって、統計的に有意な変化が生じたことを示した。

次に、アンケートデータの解析についてであるが、このアンケートは、ある高齢化地区において、困ったときに助け合える人が何人くらいいるかなどの質問をしたものである。ただし、質問は人数だけであり、実際に誰と助け合うことができるかについては、質問していない。この研究では、この質問から、どのようなネットワークが構成されるか、また、そのときの期待されるネットワーク構造はどのようなものであるかを推定することに取り組んだ。実際には、アンケート結果に矛盾しないネットワークは無数にあり、それらを網羅的に調べ、期待される構造を調査することは不可能である。従って、モンテカルロ法のようなサンプリングに基づく手法で構造を推定することになるが、モンテカルロ法を利用したとしても、ネットワーク構造の取り得るパターンは膨大であり、正確な期待値の計算は不可能であった。そこで、実務的には、交流の様子が予想より悪い場合に対策をすることが重要であることに着目し、「期待される構造」のうち、交流状況が悪い場合を重点的にサンプリングする手法を考案した。

また、アンケートデータは、人数を回答するものであったが、このようなアンケートの回答は5の倍数など、きりの良い数字に偏りやすい。この現象はヒーピングと呼ばれる。ヒーピングしているデータは、本当の回答であるとは考えにくいので、データを補正してから解析する必要がある。しかし、正確な回答は、回答者自身も把握していない場合があるため、どのよ

うに補正すべきかは自明ではない。特に、複数の補正法が存在するときに、そのどちらが好ましい方法なのかを決めることも難しい。本研究では、これに対し、回答者の回答時の思考過程をランダムウォークでモデル化した統計モデルで表し、WAIC と呼ばれる情報量規準によってモデル選択することで、ヒーピングの影響を除去する手法を考案した。

#### 【テーマD】古典力学的手法の応用

本研究では、離散力学という離散版の古典力学理論を用いて時系列モデルを構築し、力学理論を応用した解析手法の構築を目指していたが、そのためには、そもそも、古典力学は時系列モデルとして、どの程度、有効であるのかという問題を考える必要がある。これに非常に近い問題が、近年、ソフトロボット学の分野で morphological computation として注目されている。ソフトロボット学は柔らかい物質でできたロボットに関する学問である。柔らかい物質は複雑な動きをすることが多く、一般に、制御が難しいと言われている。これに対して、morphological computation は、柔らかい物質の複雑な動きを、制御を助けるための計算に利用しようとする研究である。具体的な計算の例としては、時系列予測などが行われており、運動そのものを時系列予測に利用しようとしているという意味で、本研究が目指す運動方程式による時系列モデルと非常に近いアプローチであると言える。

そこで、本研究では、質点バネ系などを用いた morphological computation の性能の評価などを行った。具体的には、質点バネ系の物理定数を変えることで、どの程度、予測性能が変化するかを評価した(論文 4)。また、その他の性能予測手法として、微分代数のグレブナー基底を利用することで、系の入力と出力の関係を抽出する手法を応用し、実際にどのような時系列が近似可能となるかを調べる手法も考案した(論文 5)。

#### 【その他】

その他、実データを用いたモデリングの研究として、アレルギー物質を摂取した際のヒトの体内動態に関するモデルも構築した(論文 3)。また、このモデルは、モデルの複雑さに対してデータがあまり取得できないという特徴をもっていたため、モデルパラメータが一意には定まらない。そこで、力学理論を利用してパラメータを探索する手法(学会発表 1)や、微分代数を利用し、データに適合するモデルパラメータの集合を代数多様体として抽出する手法を構築した。その他、楽器の物理モデリングのために、楽器を構成する複数の部品が連成した場合の自然な物理モデルを構築し、それに対する数値計算手法を提案した。

### 3. 今後の展開

今後は、本研究で開発した手法を実問題へ適用するために、さらに発展させていく。まず、ネットワーク解析手法については、離散力学的に導出したアルゴリズムに対しては Noether の定理が成り立つため、何らかの保存則をもつ可能性が高い。そこで、そのような保存則をデータから抽出する手法を考案する。また、実データの解析のためには、ネットワークの頂点数の変化や、データ欠損に対応する必要がある。頂点数の変化やデータ欠損は、どの分野のデータにも見られる一方、その原因は分野ごとに異なり、従って、原因にあわせて対応法を考案しなくてはならない。そのため、各応用分野に特化した方法を個別に考案する。

また、アンケートデータからの交流状況の推定手法として、ネットワークの様子推定やヒービ

ングの影響の除去などを行った。これらについても、プログラムを整備して公開するとともに、解析結果の信頼性を保証するため、実際のネットワークとの乖離がどの程度であるかなどを、実データを用いて調べる必要がある。

#### 4. 自己評価

##### 【研究目的の達成状況】

まず、情報幾何学と離散力学を組み合わせた時系列モデルの構築については、指数型分布属を仮定したモデルを構築することができた。特に、これを指数ランダムグラフモデルと組み合わせれば、発展型ネットワークモデルを構築することも可能である。ただし、これを実データに適用するためには、頂点数の変化に対応する手法の構築が必要であった。これに対応する手法が考案できたのは最終年度の後半になってしまったため、上記のモデルの実データへの適用については不十分であった。一方、上記のモデル以外の手法による実データの解析手法については、いくつかの手法を提案することができた。特にアンケートデータの解析手法は、実データとの乖離の程度が明確になり、安心して使えるようになれば有用であるため、ライブラリ化などを進めていきたい。

##### 【研究の進め方】

研究期間のある時期において、学内業務とのバランスを取ることが難しくなってしまったが、プログラムの作成などについては、研究補助者をつけることが出来たため、アイデアの検証などは可能であった。ただし、研究を進める上で重要なアイデアの実現や論文としての公表は最終年度が中心となってしまった。今後は、数年間のうちに担当する可能性のある学内委員の仕事量などを考慮しつつ、より計画的に研究を進める必要がある。

##### 【研究成果の科学技術および社会・経済への波及効果】

開発した手法のうち、ヒーピングの除去や、交流の様子の推定といったアンケートデータの解析手法は、高齢化が進んだ地区の自治体が、孤立している高齢者の様子を推定することが出来るようになるなど、実務上、非常に有用である。ただし、現時点では、推定結果が真の解に、どの程度、一致するかを実験的に確かめておらず、自治体の意思決定に利用するために十分な信頼性が確保できていない。これを確保次第、プログラムを公開する。時間発展型ネットワークモデルの構築については、モデル自体は構築できたものの、当初予定していた実データへの適用は、データ欠損など、様々な問題から困難であった。今後、当初の研究計画で予定していたもの以外のデータで有効な例を探し、発展させていく必要がある。

#### 5. 主な研究成果リスト

##### (1) 論文(原著論文)発表

1. 河崎素乃美, 谷口隆晴, 増本康平, 近藤徳彦, 岡田修一, アクティブエイジングプロジェクトにおける住民交流ネットワークの解析, 応用数理, 2017, 27, 13-20.
2. 河崎素乃美, 谷口隆晴, 増本康平, 近藤徳彦, 岡田修一, 交流ネットワークの構造変化に対するネットワークモデルを用いた統計的検定手法, 日本応用数理学会論文誌, 2017,

27, 112-146.

3. 小松瑞果, 谷口隆晴, Husby らの実験データに対するアレルギー発症メカニズムの解析に向けた抗原・抗体の体内動態モデルの構築, 日本応用数学会論文誌, 2018, 28, 162-204.

4. Y. Yamanaka, T. Yaguchi, K. Nakajima, H. Hauser, Mass-Spring Damper Array as a Mechanical Medium for Computation, Lecture Notes in Computer Science (vol. 11141): International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN2018), 2018, 781-794.

5. M. Komatsu, T. Yaguchi, K. Nakajima, Algebraic approach towards the exploitation of "softness": the input-output equation for morphological computation, International Journal of Robotics Research, to appear.

(2) 特許出願

研究期間累積件数: 0 件 (公開前の出願件名については件数のみ記載)

(3) その他の成果 (主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

1. Mizuka Komatsu, Takaharu Yaguchi, Application of Hamiltonian Flows to Exploring Parameters of Mathematical Models in Situations with Insufficient Data, The 13th World Congress in Computational Mechanics, New York, 2018.

2. Takaharu Yaguchi, Mizuka Komatsu, Autoregressive models on statistical Riemannian manifolds for analysis of evolutionary networks, DSSV2018, Wien, 2018.

3. T. Yaguchi, Regression model on statistical manifolds and its application to evolutionary network analysis, the International Conference on Scientific Computation And Differential Equations 2017 (SciCADE 2017), UK, 2017.

4. T. Yaguchi, Geometric-mechanics-inspired model of stochastic dynamical systems, IMI-La Trobe Joint Conference "Geometric Numerical Integration and its Applications," Australia, 2016.

5. 日本応用数学会論文賞 (理論部門) 受賞. 2017.